Урок по геометрии

Тема: Координаты вектора. Связь между координатами вектора и координатами его начала и конца.

Тип урока: изучение нового материала.

Цели урока:

- Ввести понятие координат вектора, координат разности и суммы двух векторов.
- Научиться решать простейшие задачи методом координат.
- Рассмотреть простейшие задачи в координатах и показать их применение в процессе решения задач.

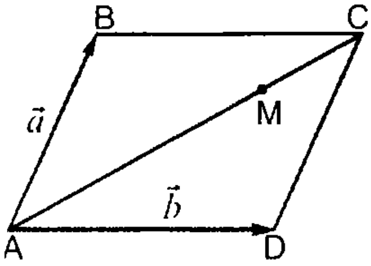
Ход урока

I. Организационный момент

II. Теоретический опрос

По вопросам в учебнике в конце главы, № 1-3 (устно, опираясь на рисунки 273,274 учебника, делая такие же записи в тетради). Пока учащиеся отвечают на вопросы, один ученик готовит решение задачи № 915.

III. Проверка домашнего задания



$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \vec{a} + \vec{b}.$

Так как $AM : MC = 4 : 1$, то $AM = \frac{4}{5}AC$, следовательно,

$\overrightarrow{AM} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AC} = \frac{4}{5}(\vec{a}+\vec{b}) = \frac{4}{5}\vec{a} + \frac{4}{5}\vec{b}.$

Ответ: $\frac{4}{5}\vec{a} + \frac{4}{5}\vec{b}.$

IV. Фронтальная работа. Решение задачи.

Дано: векторы $\vec{a}$ и b неколлинеарны.
Найдите числа x и y такие, что:

а) $2\vec{a} + x\vec{b} = y\vec{a} - \vec{b}$;

б) $x\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{a} + 4\vec{b} = \vec{0}$;

в) $4x\vec{a} - \vec{a} + y\vec{b} = \vec{0}$.

Решение:

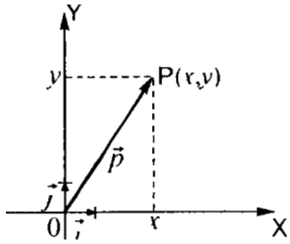
а) В левой и правой частях данного равенства записаны разложения некоторого вектора по двум неколлинеарным векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Поскольку такое разложение единственно, то коэффициенты перед вектором $\vec{a}$ равны, следовательно, $y = 2$. Аналогично $x = -1$.

б) Запишем данное равенство в виде $(x-3)\vec{a} + (1+4y)\vec{b} = 0\vec{a} + 0\vec{b}$. Так как разложение вектора по двум неколлинеарным векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ единственно, то $x - 3 = 0$ и $1 + 4y = 0$. Отсюда получаем: $x = 3$, $y = -1/4$.

в) В силу единственности разложения вектора по двум неколлинеарным векторам получаем: $4x - 1 = 0$ и $y = 0$.

Ответ: а) $x = -1, y = 2$; б) $x = 3, y = -\frac{1}{4}$; в) $x = \frac{1}{4}, y = 0$.

V. Изучение нового материала.



1. Повторить прямоугольную систему координат.

Оси Ox и Oy взаимно перпендикулярны и пересекаются в точке O (начало координат). Единичный отрезок оси выбирается, исходя из конкретных условий.

2. Ввести понятие координатных векторов $\vec{i}$ и $\vec{j}$ (см. рис. 119)

Сделать рисунок и записи на доске и в тетрадях.

$\vec{i}\uparrow\uparrow Ox$, $|\vec{i}|=1$; $\vec{j}\uparrow\uparrow Oy$, $|\vec{j}|=1$. $\vec{i}$ и $\vec{y}$ – координатные векторы.

3. Ввести понятие координат вектора.

$\vec{i}$ и $\vec{j}$ не коллеарны, значит, любой вектор $\vec{p}$ можно разложить по координатным векторам $\vec{i}$ и $\vec{j}$:

$$\vec{p}=x\vec{i}+y\vec{j}$$

(Числа x и y для данного вектора определяются единственным образом.)

$\vec{p}\{x;\ y\}$, где x, y – координаты вектора $\vec{p}$.

Устно разобрать пример по рисунку

Примеры:

Рис. 120.

$\overrightarrow{OA}=4\vec{i}+5\vec{j} \Rightarrow \overrightarrow{OA}\{4;\ 5\}$,

$\overrightarrow{OB}=-6\vec{i}+2\vec{j} \Rightarrow \overrightarrow{OB}\{-6;\ 2\}$,

$\vec{c}=5\vec{i}-3\vec{j} \Rightarrow \vec{c}\{5;\ -3\}$,

$\vec{0}=0\cdot\vec{i}+0\cdot\vec{j} \Rightarrow 0\ \{0;\ 0\}$.

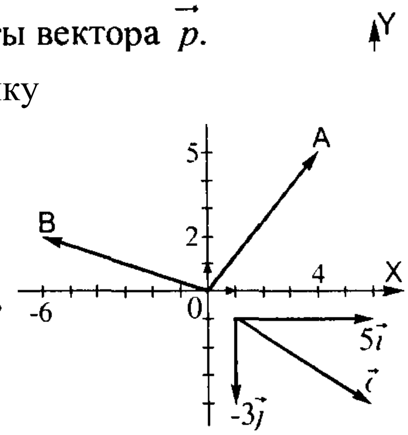


Рис 120

4. Координаты равных векторов.

Если $\vec{a}=\vec{b}$ и $\vec{a}=x_1\vec{i}+y_1\vec{j}$, $\vec{b}=x_2\vec{i}+y_2\vec{j}$, то $x_1=x_2, y_1=y_2$.

Координаты равных векторов соответственно равны.

5. Координаты суммы векторов.

Если $\vec{a}\{x_1;\ y_1\}$, $\vec{b}\{x_2;\ y_2\}$, $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$, то $\vec{c}\{x_1+x_2;\ y_1+y_2\}$.

Доказательство:

$\vec{a}\{x_1;\ y_1\} \Rightarrow \vec{a}=x_1\vec{i}+y_1\vec{j}$,

$\vec{b}\{x_2;\ y_2\} \Rightarrow \vec{b}=x_2\vec{i}+y_2\vec{j}$,

$\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}=x_1\vec{i}+y_1\vec{j}+x_2\vec{i}+y_2\vec{j}=\vec{i}(x_1+x_2)+\vec{j}(y_1+y_2) \Rightarrow$

$\Rightarrow \vec{c}\{x_1+x_2;\ y_1+y_2\}$.

6. Координаты разности двух векторов.

Задание учащимся:

Докажите, если $\vec{a}\{x_1;\ y_1\}$, $\vec{b}\{x_2;\ y_2\}$, $\vec{c}=\vec{a}-\vec{b}$, то $\vec{c}\{x_1-x_2;\ y_1-y_2\}$.

7. Координаты произведения вектора на число.

Докажите, что если $\vec{a}\ \{x_1;\ y_1\}$, k – произвольное число, $\vec{c}=k\cdot\vec{a}$, то $\vec{c}\ \{kx_1;\ ky_1\}$.

VI. Закрепление изученного материала.

1. Посильнее : Самостоятельное решение задач № 917, 920, 921, 926 (а, в).

Задача № 926

а) *Дано*: $\vec{v}=3\vec{a}-3\vec{b}$; $\vec{a}\{2;\ -5\}$; $\vec{b}\{-5;\ 2\}$.

Найти: координаты вектора $\vec{v}$.

Решение:

$\vec{v}=3\vec{a}-3\vec{b}=\vec{v}\{3\cdot 2-3\cdot(-5);\ 3\cdot(-5)-3\cdot 2\}=\vec{v}\{21;\ -21\}$.

в) *Дано*: $\vec{v}=3\vec{a}-2\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{c}$; $\vec{a}\{-7;\ -1\}$; $\vec{b}\{-1;\ 7\}$; $\vec{c}\{4;\ -6\}$.

Найти: координаты вектора $\vec{v}$.

Решение:

$$\vec{v}=3\vec{a}-2\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{c}=\vec{v}\left\{3\cdot(-7)-2\cdot(-1)-\frac{1}{2}\cdot 4;\ 3\cdot(-1)-2\cdot 7-\frac{1}{2}\cdot(-6)\right\}=$$

$$=\vec{v}\{-21;\ -14\}.$$

Ответ: а) $\vec{v}\ \{21; -21\}$; б) $\vec{v}\ \{-21; -14\}$.

2. Послабее : Фронтальная работа – решение задач по рисункам.

Задача № 5

а) Какой из данных на рис. 121 векторов равен вектору $4\vec{i}-2\vec{j}$?

б) Напишите разложение вектора $\overrightarrow{OE}$ по координатным векторам $\vec{i}$ *и* $\vec{j}$.

в) Найдите координаты $\overrightarrow{OA}$.

г) Напишите, какой вектор имеет координаты $\{-4; 2\}$.

д) Отложите от точки O вектор с координатами $\{2; -4\}$.

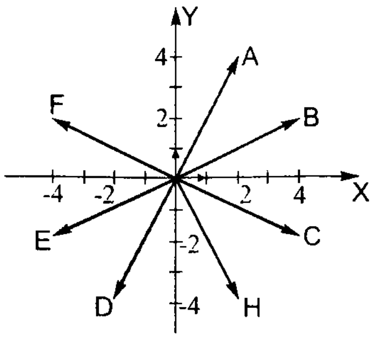


Рис 121

Ответ: а) $\overrightarrow{OC}$; б) $\overrightarrow{OE}=-4\vec{i}+2\vec{j}$; в) $\overrightarrow{OA}\ \{2; 4\}$; г) $\overrightarrow{OK}$.

Задача № 8

Даны векторы $\vec{a}\ \{2; -3\}$ и $\vec{b}\ \{-1; 5\}$.

Найдите координаты векторов: а) $\vec{m}=\vec{a}+\vec{b}$; б) $\vec{n}=4\vec{a}$;

в) $\vec{k}=-\vec{b}$; г) $\vec{p}=4\vec{a}-3\vec{b}$.

Решение: Используя утверждения о координатах суммы векторов и произведения вектора на число, получаем:

а) $\vec{m}\ \{2+(-1); -3+5\}$, т. е. $\vec{m}\ \{1; 2\}$;

б) $\vec{n}\ \{4\cdot 2; 4\cdot(-3)\}$, т. е. $\vec{n}\ \{8; -12\}$;

в) $\vec{k}\ \{-(-1); -5\}$, т. е. $\vec{k}\ \{1; 5\}$;

г) Обозначим через x_1 и y_1 абсциссу и ординату вектора $\vec{a}$, через x_2 и y_2 – абсциссу иординату вектора $\vec{b}$, буквами x и y – абсциссу и ординату вектора $\vec{p}$.

Тогда $x=4x_1-3x_2=4\cdot 2-3\cdot(-1)=11$,

$y=4y_1-3y_2=4\cdot(-3)-3\cdot 5=-27$.

Следовательно, $\vec{p}\ \{11; -27\}$.

Ответ:

а) $\vec{m}\ \{1; 2\}$; б) $\vec{n}\ \{8; -12\}$;

в) $\vec{k}\ \{1; 5\}$; г) $\vec{p}\ \{11; -27\}$.

VII. Подведение итогов.

Запись домашнего задания:

Выставление оценок. Пункт 90, вопросы 4-8, решить задачи № 918, 919, 926 (б, г), 927, 928.

Задача 2   (устно)

Даны векторы $\vec{a}\ \{2; -3\}$ и $\vec{b}\ \{-1; 5\}$.

Найдите координаты векторов: а) $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b}$; б) $\vec{n} = 4\vec{a}$

в) $\vec{k} = -\vec{b}$; г) $\vec{p} = 4\vec{a} - 3\vec{b}$.

Ход урока

I. Организационный момент

II. Актуализация знаний учащихся

Проверка домашнего задания (проверить решение задач № 927, № 928).

Устное решение задач № 924, 925, 922, 923.

IV. Изучение нового материала

Связь между координатами вектора и координатами его начала и конца (п. 88)

1. Вывести понятие радиус-вектора.
2. Доказать, что координаты точки равны соответствующим координатам ее радиус-вектора.
3. Доказать, что каждая координата вектора равна разности соответствующих координат его конца и начала.

Простейшие задачи в координатах (п. 89)

1. Координаты середины отрезка.
2. Вычисление длины вектора по его координатам.
3. Расстояние между двумя точками.

В ходе изложения нового материала рекомендуется использовать таблицу или записать краткий план-конспект на доске и в тетрадях.

а) Рис. 124.

$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} = \{\overline{x_1;\ 0}\} + \{\overline{0;\ y_1}\} = \{\overline{x_1;\ y_1}\}$, $\overrightarrow{OA}$ – радиус-вектор точки A.

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$

$\overrightarrow{OA}\{x_1;\ y_1\};\ \overrightarrow{OB}\{x_2;\ y_2\} \Rightarrow \overrightarrow{AB}\{x_2 - x_1;\ y_2 - y_1\}$.

б) Рис. 125.

Координаты середины отрезка

C – середина отрезка $AB \Rightarrow$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right) = \frac{1}{2}\left(\{x_1;\ y_1\} + \{x_2;\ y_2\}\right) = \overrightarrow{OC}\left\{\frac{x_1 + x_2}{2};\ \frac{y_1 + y_2}{2}\right\}$$

$$C\left(\frac{x_1 + x_2}{2};\ \frac{y_1 + y_2}{2}\right).$$

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2};\ y = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

Длина вектора

$$\left|\overrightarrow{OC}\right| = \sqrt{OC_1^{\,2} + C_1C^2};\ OC_1 = x;\ C_1C = OC_2 = y;\ \left|\overrightarrow{OC}\right| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

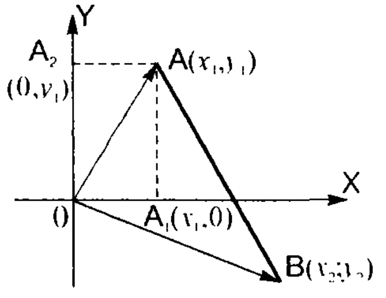


Рис. 124

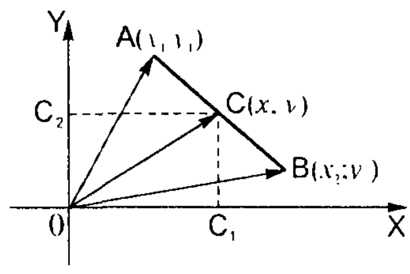


Рис. 125

Расстояние между двумя точка ми

$$\overrightarrow{AB}\{x_2 - x_1;\ y_2 - y_1\} \Rightarrow \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

V. Закрепление изученного материала

1. Заполнить таблицу в задаче 935

2. Решить № 929

3. Решить № 931

4. 9з8 (в,г,д)

VII. Подведение итогов ур

Домашнее задание

Пп. 88, 89; вопросы 9–13.

Решить задачи:

I уровень: № 930, 932, 935,

II уровень: № 933, 935, 936

Решение задач методом координат

Цель урока:

- Совершенствование навыков решения задач методом координат.

Ход урока

I. Организационный момент

II. Проверка домашнего задания

отвечают на вопросы

№ 930

№ 9-13

Решение. а) $O(0;0)$, $A(6{,}5;0)$, $C(6{,}5;3)$, $B(0;3)$; б) $O(0;0)$, $A(a;0)$, $C(a;b)$, $B(0;b)$.

Ответ. а) $(0;0)$, $(6{,}5;0)$, $(6{,}5;3)$, $(0;3)$; б) $(0;0)$, $(a;0)$, $(a;b)$, $(0;b)$.

№ 932

Решение. Высота CO является также медианой треугольника ABC, поэтому $OA=OB=a$ и, следовательно, $A(-a;0)$, $B(a;0)$, $C(0;h)$.

Ответ. $(-a;0)$, $(a;0)$, $(0;h)$.

№ 933

Решение. Обозначим координаты вершины D буквами x и y. Так как сторона AB лежит на оси абсцисс, то сторона CD параллельна оси абсцисс и, следовательно, ордината точки D равна ординате точки C, т. е. $y=-3$.

Далее, $AB=5$, поэтому $CD=5$ и $x=12-CD=7$.

Ответ. $(7;-3)$.

№ 935

Решение. 1) Заполняем пустые клетки таблицы слева направо: $\overrightarrow{AB}=\{1-0;1-0\}=\{1;1\}$; $A=\left(3-(-3);1-\left(-\frac{1}{2}\right)\right)=\left(6;1\frac{1}{2}\right)$; $B=$ $=(a+c;b+d)$; $B=(1+0;2+0)=(1;2)$.

2) $2-x=5$, $-7-(-3)=y$, откуда $x=-3$, $y=-4$.

Ответ. Слева направо: $\overrightarrow{AB}=\{1;1\}$; $x=-3$, $y=-4$; $A=\left(6;1\frac{1}{2}\right)$; $B=(a+c;b+d)$; $B=(1;2)$.

№ 936

Решение. Заполняем таблицу слева направо:

$$M=\left(\frac{2+(-3)}{2};\frac{-3+1}{2}\right)=(-0{,}5;-1);$$

$$A=(2\cdot(-3)-4;\,2\cdot(-2)-7)=(-10;-11);$$

$$B=(2\cdot 3-0;\,2\cdot(-5)-1)=(6;-11);$$

$$M=\left(\frac{0+(-3)}{2};\frac{0+7}{2}\right)=(-1{,}5;3{,}5);$$

$$B=(2a-c;2b-d);$$

$$M=\left(\frac{3+3}{2};\frac{5+8}{2}\right)=(3;6{,}5);$$

$$M=\left(\frac{(3t+5)+(t+7)}{2};\frac{7+(-7)}{2}\right)=(2t+6;0);$$

$$B=(2\cdot 0-1;\,2\cdot 0-3)=(-1;-3).$$

Ответ. Слева направо: $M=(-0{,}5;-1)$; $A=(-10;-11)$; $B=(6;-11)$; $M=(-1{,}5;3{,}5)$; $B=(2a-c;2b-d)$; $M=(3;6{,}5)$; $M=(2t+6;0)$; $B=(-1;-3)$.

III. Актуализация знаний учащихся

2. Решить устно задачи № 934, 938 (а, б, е), 940 (а, б).

(Для сл.: теор. тест, Для сил: тест № 3 «Простейшие задачи в координатах»)

. Теоретический тест (с последующей взаимопроверкой)

I вариант

1. Если $A\ (c;\ d)$, $B\ (m;\ n)$, $C\ (x;\ y)$ – середина отрезка AB, то:

а) $x=\dfrac{c+m}{2};\ y=\dfrac{d+n}{2}.$

б) $x=\dfrac{c-m}{2};\ y=\dfrac{d-n}{2}.$

в) $x=\dfrac{m-c}{2};\ y=\dfrac{n-d}{2}.$

2. Если $\vec{a}\{x;\ y\}$, $\vec{c}=k\cdot\vec{a}$ $(k\neq 0)$, то:

а) $\vec{c}\left\{\dfrac{x}{k};\ \dfrac{y}{k}\right\}.$

б) $\vec{c}\{k\cdot x;\ k\cdot y\}.$

в) $\vec{c}\{k+x;\ k+y\}.$

3. Если $\vec{d}\{m;\ n\}$, то:

а) $\left|\vec{d}\right|=\sqrt{m^2-n^2}.$

б) $\left|\vec{d}\right|=\sqrt{m^2+n^2}.$

в) $\left|\vec{d}\right|=\sqrt{(m-n)^2}.$

4. Если $\vec{a}\{a;\ b\}$, $\vec{b}\{c;\ d\}$, $\vec{c}\{a-c;\ b-d\}$, то:

а) $\vec{c}=\vec{b}-\vec{a}.$

б) $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}.$

в) $\vec{c}=\vec{a}-\vec{b}.$

5. Если $\left|\overrightarrow{CD}\right|=\sqrt{(a-b)^2+(c-d)^2}$, то:

а) $C\ (b;\ d)$, $D\ (a;\ c)$.
б) $C\ (a;\ b)$, $D\ (c;\ d)$.
в) $C\ (c;\ d)$, $D\ (a;\ b)$.

6. Если $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}$, $\left|\vec{a}\right|=2\left|\vec{b}\right|$, то:

а) $\vec{a}=-2\vec{b}.$

б) $\vec{a}=2\vec{b}.$

в) $\vec{b}=2\vec{a}.$

7. Если $\overrightarrow{MN}\ \{a-b;\ c-d\}$, то:

а) $M\ (a;\ c)$, $N\ (b;\ d)$.
б) $M\ (a;\ b)$, $N\ (c;\ d)$.
в) $M\ (b;\ d)$, $N\ (a;\ c)$.

II вариант

1. Если $A\ (a;\ b)$, $B\ (c;\ d)$, то:

а) $\overrightarrow{AB}\{a-c;\ b-d\}.$

б) $\overrightarrow{AB}\{c-a;\ d-b\}.$

в) $\overrightarrow{AB}\{a+c;\ b+d\}.$

2. Если $\vec{a}\{m;\ n\}$, $\vec{b}\{p;\ k\}$, $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$, то:

а) $\vec{c}\{c\cdot p;\ n\cdot k\}.$

б) $\vec{c}\{m+n;\ p+k\}.$

в) $\vec{c}\{m+p;\ n+k\}.$

3. Если $A\ (e;\ c)$, $B\ (m;\ n)$, то:

а) $\left|\overrightarrow{BA}\right|=\sqrt{(e-m)^2+(c-n)^2}.$

б) $\left|\overrightarrow{BA}\right|=\sqrt{(m-e)^2-(n-c)^2}.$

в) $\left|\overrightarrow{BA}\right|=\sqrt{(e-c)^2+(m-n)^2}.$

4. Если $A\ (e;\ p)$, $B\ (m;\ n)$, $C\left(\dfrac{m+e}{2};\ \dfrac{n+p}{2}\right)$, то:

а) C – середина AB.
б) A – середина BC.
в) B – середина AC.

5. Если $\vec{x}=\sqrt{a^2+b^2}$, то:

а) $\vec{x}=\vec{a}+\vec{b}.$
б) $\vec{x}\ \{a^2;\ b^2\}$
в) $\vec{x}\ \{b;\ a\}.$

6. Если $\vec{m}\uparrow\downarrow\vec{n}$, $\left|\vec{n}\right|=\dfrac{1}{3}\left|\vec{m}\right|$, то:

а) $\vec{n}=\dfrac{1}{3}\vec{m}.$

б) $\vec{m}=-3\vec{n}.$

в) $\vec{m}=3\vec{n}.$

7. Если $\vec{x}\ \{a;\ b\}$, $\vec{y}\ \{k\cdot a;\ k\cdot b\}$ $(k\neq 0)$, то:

а) $\vec{y}=k\cdot\vec{x}.$

б) $\vec{x}=k\cdot\vec{y}.$

в) $\vec{x}\cdot\vec{y}=k.$

Ответы к заданиям теста

	1	2	3	4	5	6	7
I вариант	а	б	б	в	а	б	в
II вариант	б	в	а	а	в	б	а

IV. Решение задач.

Разобрать решение задач № 947 (а), 948 (а).

Задача № 947 (а)

Решение (рис. 132):

Найдем стороны треугольника ABC:

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=$$
$$=\sqrt{(1-0)^2+(-4-1)^2}=\sqrt{26},$$
$$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=$$
$$=\sqrt{(5-1)^2+(2+4)^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13},$$

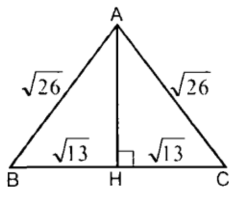


Рис 132

Сможем ли мы найти стороны треугольника, если известны координаты его вершин?
Какая формула используется для вычисления длины отрезка, если известны координаты его начала и конца?
Как найти площадь равнобедренного треугольника?
Какую из высот равнобедренного треугольника удобнее находить?
Что вы знаете о высоте равнобедренного треугольника, проведенного к основанию?
Как найти координаты точки H, если H – середина основания BC?
Как найти длину высоты AH?

$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{(5-0)^2+(2-1)^2}=\sqrt{26}.$

Так как $AB = AC$, то ΔABC – равнобедренный с основанием $BC \Rightarrow$ высота AH является его медианой, т. е. $BH = CH = \sqrt{13}$.

ΔABH – прямоугольный, по теореме Пифагора

$AH=\sqrt{AB^2-BH^2}=\sqrt{26-13}=\sqrt{13},$

$S_{ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AH=\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{13}\cdot\sqrt{13}=13.$

Ответ: 13.

– Какой треугольник называется равнобедренным?

Задача № 942

Решение: так как AM – медиана треугольника ABC, то M – середина BC, тогда $x_M=\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{1+5}{2}=3$; $y_M=\frac{y_B+y_C}{2}=\frac{-4+2}{2}=-1,$ поэтому $M(3; -1)$.

$AM=\sqrt{(x_M+x_A)^2+(y_M+y_A)^2}=\sqrt{(3-0)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}.$

Ответ: $AM=\sqrt{13}$.

Задача № 948 (а)

Пусть точка Y равноудалена от точек $A(-3; 5)$ и $B(6; 4)$, т. е. $AY = BY$.

$AY=\sqrt{(x_Y-x_A)^2+(y_Y-y_A)^2}=\sqrt{(0+3)^2+(y-5)^2}=\sqrt{y^2-10y+34},$

$BY=\sqrt{(x_Y-x_B)^2+(y_Y-y_B)^2}=\sqrt{(0-6)^2+(y-4)^2}=\sqrt{y^2-8y+52}.$

$AY = BY \Rightarrow y^2 - 10y + 34 \Rightarrow 2y = -18 \Rightarrow y = -9 \Rightarrow Y(0; -9).$

Ответ: (0; –9).

Наводящие вопросы:

– Указанная точка лежит на оси ординат. Что вы можете сказать о ее координатах?
– Точка Y равноудалена от точек A и B. Как это утверждение записать на языке математики?
– Чему равно расстояние от точки A до точки Y? От точки B до точки Y?

V. Подведение итогов урока

Домашнее задание

Решить задачи: № 944, 948 (б), 947 (б), 948 (б), 949 (б)

944. Вершина A параллелограмма $OACB$ лежит на положительной полуоси Ox, вершина B имеет координаты $(b; c)$, а $OA = a$. Найдите: а) координаты вершины C; б) сторону AC и диагональ CO.

Решение. а) Так как сторона OA лежит на оси абсцисс, то сторона CB параллельна оси абсцисс и поэтому ордината y точки C равна ординате точки B, т. е. $y = c$. Абсцисса x точки C больше абсциссы точки B на длину стороны CB, т. е. $x = b + CB$, а так как $CB = OA = a$, то $x = a + b$. Итак, $C(a + b; c)$.

б) Точка A имеет координаты $(a; 0)$, точка O — координаты $(0; 0)$. Сторону AC и диагональ CO находим по формуле расстояния между двумя точками:

$$AC=\sqrt{(a+b-a)^2+(c-0)^2}=\sqrt{b^2+c^2},$$

$$CO=\sqrt{(0-(a+b))^2+(0-c)^2}=\sqrt{(a+b)^2+c^2}.$$

Ответ. а) $(a + b; c)$; б) $\sqrt{b^2+c^2}$ и $\sqrt{(a+b)^2+c^2}$.

948. На оси ординат найдите точку, равноудаленную от точек: а) $A(-3; 5)$ и $B(6; 4)$; б) $C(4; -3)$ и $D(8; 1)$.

Решение. Пусть M — искомая точка. Так как она лежит на оси ординат, то ее абсцисса равна нулю. Ординату точки M обозначим буквой y.

б) По условию $CM = DM$, или $CM^2 = DM^2$, т. е.

$$(-4)^2 + (y + 3)^2 = (-8)^2 + (y - 1)^2,$$

откуда находим: $y = 5$. Поэтому точка M имеет координаты $(0; 5)$.

Ответ. а) $(0; -9)$; б) $(0; 5)$.

947. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный, и найдите его площадь, если вершины треугольника имеют координаты: а) $A(0; 1)$, $B(1; -4)$, $C(5; 2)$; б) $A(-4; 1)$, $B(-2; 4)$, $C(0; 1)$.

б) $AB=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$, $BC=\sqrt{2^2+(-3)^2}=\sqrt{13}$, $AC=\sqrt{4^2+0^2}=4$.

Так как $AB = BC$, то треугольник ABC — равнобедренный. Его медиана BM является также высотой, поэтому из прямоугольного треугольника ABM находим: $BM=\sqrt{AB^2-AM^2}=\sqrt{AB^2-\left(\frac{1}{2}AC\right)^2}=3.$

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot BM=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 3=6.$$

949. На оси абсцисс найдите точку, равноудаленную от точек: а) $A(1; 2)$ и $B(-3; 4)$; б) $C(1; 1)$ и $D(3; 5)$.

Решение. Ордината искомой точки M равна нулю, а абсциссу точки M обозначим буквой x.

б) По условию $CM = DM$, или $CM^2 = DM^2$, т. е.

$$(x - 1)^2 + (-1)^2 = (x - 3)^2 + (-5)^2,$$

откуда находим: $x = 8$, и поэтому точка M имеет координаты $(8; 0)$.