

## Исследование функции

### (перечисление свойств функций)

**1) Находим область определения функции.** Область определения функции — это множество всех значений переменной  $x$ , которые имеют соответствующие им значения функции, это множество значений переменной  $x$ , у которых можно найти  $y$ . Для обозначения области определения используются следующие знаки:  $D_f, D_y, D(f), D(y)$ .

**Как найти область определения по графику?** Область определения — это промежутки на оси  $Ox$ , над которыми (или под которыми) имеются части графика (смотреть рисунок 1).

**2) Находим область значений функции.** Областью значений функции — это множество всех ее значений, это часть оси  $Oy$ , состоящая из игреков, у которых есть соответствующие им иксы.

**Как найти область значений по графику?** Область значений функции — это промежутки на оси  $Oy$ , слева или справа от которых (в горизонтальной полоске) находятся части графика (смотреть рисунок 2).

Для обозначения области значений используются следующие знаки:  $E_f, E_y, E(f), E(y)$ .

Рисунок 1

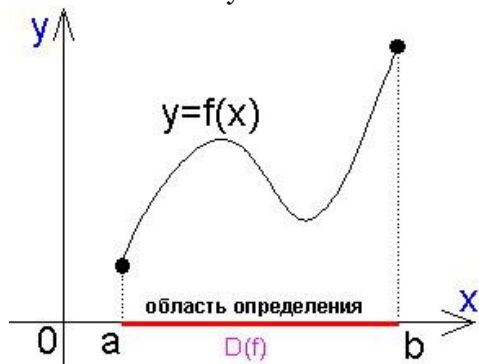
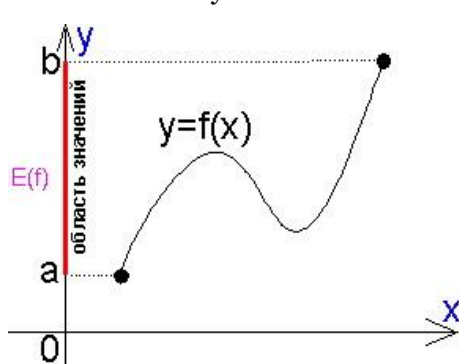


Рисунок 2



**3) Возрастание и убывание функции.** Функцию можно назвать возрастающей (убывающей) на промежутке, если, большему (меньшему) из любых двух взятых из него чисел всегда соответствует большее (меньшее) значение функции. Для графика

это будет означать то, что при движении по нему карандашом слева направо карандаш будет подниматься вверх (вниз).

**4) Промежутки знакопостоянства** — промежутки, на которых функция имеет постоянный знак (положительный или отрицательный). Промежуток положительного знака — это множество значений переменной  $x$ , у которых соответствующие значения функции больше нуля ( $y > 0$ ).

**Как найти все такие промежутки по графику?** Определите промежутки оси  $Ox$ , у которых соответствующие кусочки графика выше оси  $Ox$  (смотреть рисунок 3). **Оформление:**  $y > 0$ , если  $x \in (\dots, \dots)$

**Промежуток отрицательного знака** — это множество тех значений переменной  $x$ , у которых соответствующие значения функции меньше нуля ( $y < 0$ ).

**Как найти все такие промежутки по графику?** Определите промежутки оси  $Ox$ , у которых соответствующие кусочки графика ниже оси  $Ox$  (смотреть рисунок 4). **Оформление:**  $y < 0$ , если  $x \in (\dots, \dots)$

Рисунок 3

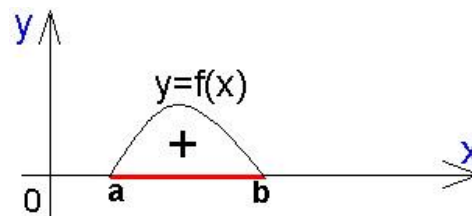
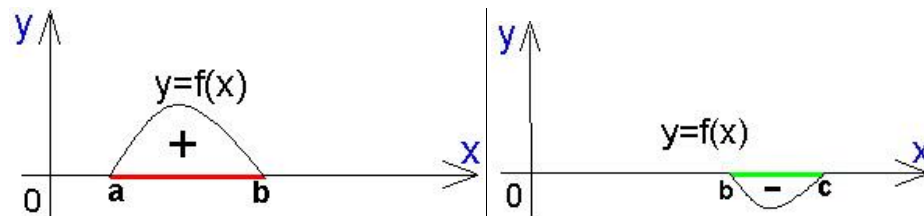


Рисунок 4



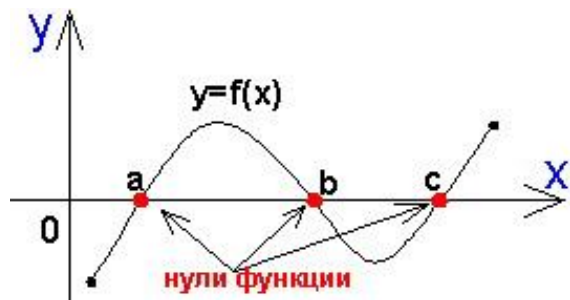
**5) Нули функции:** Число  $a$  называется нулем функции, если соответствующее ему значение функции равно нулю, то есть  $f(a)=0$ .

Нулями функции называются такие числа  $x$ , у которых соответствующие игреки равны нулю.

**Как найти нули функции без графика?** Составьте и решите уравнение  $f(x)=0$ , то есть приравняйте аналитическое выражение функции (правую часть ее записи) к нулю.

**Как найти по графику?** Определите абсциссы точек пересечения графика с осью  $Ox$ .

**Оформление:**  $y = 0$ , если  $x_1 = \dots, x_2 = \dots$



### 6) Наименьшее и наибольшее значение функции.

Число  $a$  называется наименьшим значением функции на промежутке, если для любого значения аргумента  $x_0$  из этого промежутка верно неравенство  $a \geq f(x_0)$ . (смотреть рисунок 5). Число  $a$  называется наибольшим значением функции на промежутке, если для любого значения аргумента  $x_0$  из этого промежутка верно неравенство  $a \leq f(x_0)$  (смотреть рисунок 6).

Рисунок 5

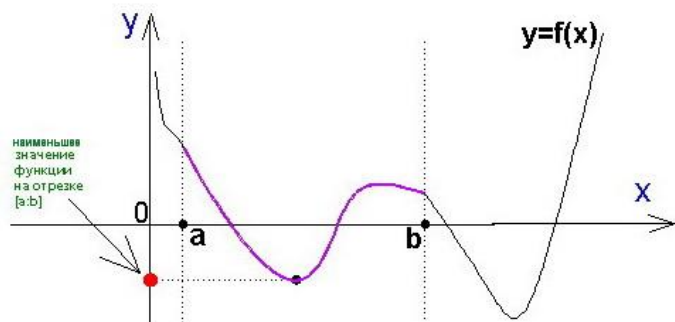
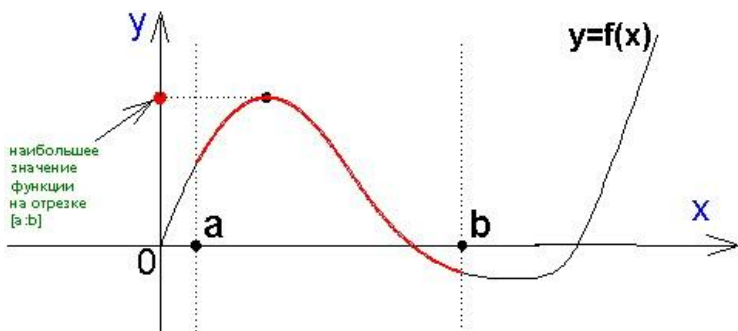


Рисунок 6



### 7) Четность и нечетность функции.

**а) Четность.** Функция называется четной, если ее область определения симметрична относительно нуля и для любого  $x \in D_f$  верно равенство  $f(-x) = f(x)$ . Функция называется четной, если любым двум противоположным значениям аргумента соответствуют равные значения функции. Равенство  $f(-x) = f(x)$  можно получить только тогда, когда функция имеет симметричную область определения, поэтому проверку этой симметричности при решении задач часто опускают.

**Как определить четность функции по графику?** График четной функции должен быть симметричен оси  $Oy$ . Симметрия графика означает то, что он состоит из двух частей, одна из которых является зеркальным отражением другой (смотреть рисунок 7)

**Нечетность.** Функция называется нечетной, если ее область определения симметрична относительно нуля и для любого  $x \in D_f$  верно равенство  $f(-x) = -f(x)$ . Функция называется нечетной, если любым двум противоположным значениям аргумента соответствуют противоположные значения функции. Равенство  $f(-x) = -f(x)$  можно получить только тогда, когда функция имеет симметричную область определения, поэтому проверку этой симметричности при решении задач часто опускают.

**Как определить нечетность функции по графику?** График нечетной функции должен быть симметричен началу координат, симметрия означает то, что если какая-то точка лежит на графике, то и симметричная ей точка (с противоположными координатами) тоже должна лежать на графике (смотреть рисунок 8).

Рисунок 7

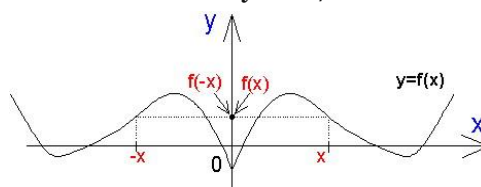


Рисунок 8

