

Тема урока: Алгебраические дроби. Основные понятия (изучение нового материала)

Цель:

- **формирование представлений** о понятиях, связанных с алгебраической дробью, область допустимых значений;
- **овладение** умением навыками составления математической модели ситуации, описанной в условии задачи, решения задачи, выделяя три этапа математического моделирования, уметь находить рациональным способом значение алгебраической дроби, обосновывать свое решение, аргументировано отвечать на поставленные вопросы, осмысливать и устранять ошибки.
- развитие логического, математического мышления и интуиции, творческих способностей в области математики

Ход урока

- I. Организационный этап (5 мин)
- II. Повторени и закрепление пройденного материала(15 мин).
Проверка домашнего задания.
Самостоятельная работа

1 вариант

2 вариант

1. Укажите верное равенство

А) $a^4 \cdot a^5 = a^{20}$

Б) $a^0 = a$

В) $(b^3)^6 = b^{18}$

Г) $b^5 + b^5 = b^{10}$

1. Представьте в виде степени произведение $a \cdot a^5 \cdot a^8$.

А) a^{40}

Б) a^{13}

В) a^{16}

Г) a^{14}

2. Разложите на множители $16y^2 - 1$.

А) $(4y - 1)^2$

Б) $(4y + 1)^2$

В) $(16y - 1)(16y + 1)$

Г) $(4y - 1)(4y + 1)$

2. Разложите на множители $25a^2 - 4$.

А) $(25a - 2)(25a + 2)$

Б) $(5a - 2)^2$

В) $(5a - 4)(5a + 4)$

Г) $(5a - 2)(5a + 2)$

3. Решите уравнение $3x - 6 = x + 4$. графически

3. Решите уравнение $3x - 5 = x + 7$. графически

Физминутка

- III. Сообщение темы и цели урока.
- IV. Изучение нового материала(15 мин)

Начнем рассмотрение этой главы со следующей задачи.

Пример 1

Катер с собственной скоростью 12 км/ч прошел 14 км по течению реки и 20 км против течения, затратив на весь путь 3 ч. Найдите скорость течения реки.

По традиционной схеме приступим к решению модели.

Первый этап – составление математической модели.

Пусть x км/ч – скорость течения реки. Тогда по течению реки катер плывет со скоростью $(12 + x)$ км/ч, а против течения – со скоростью $(12 - x)$ км/ч. По течению реки (т. е. со скоростью $(12 + x)$ км/ч) катер прошел 14 км и затратил время $\frac{14}{12 + x}$ ч. Против течения реки (т. е. со скоростью $(12 - x)$ км/ч) катер шел 20 км

и затратил время $\frac{20}{12-x}$ ч. По условию задачи на весь путь (т. е. по течению и против течения) было затрачено 3 ч. Получаем уравнение: $\frac{14}{12+x} + \frac{20}{12-x} = 3$. Составленное уравнение является математической моделью задачи.

Второй этап – работа с составленной моделью.

Обратите внимание на левую часть уравнения. Видим, что:

1) в уравнение входят алгебраические дроби $\frac{14}{12+x}$ и $\frac{20}{12-x}$ с

разными знаменателями;

2) необходимо детальнее изучить алгебраические дроби, в частности, научиться их складывать;

3) в данный момент, не имея навыков работы с подобными дробями, далее решать задачу мы не в состоянии.

Поэтому давайте детально изучать алгебраические дроби. Напомним, что с понятием алгебраической дроби мы познакомились в 7-ом классе, где рассматривалось сокращение дробей.

Алгебраической дробью называют выражение вида $\frac{P}{Q}$, где P и Q – многочлены. При этом P – числитель, Q – знаменатель алгебраической дроби.

Пример 2

Выражения $\frac{a+2b}{a-b}$, $\frac{x^3+1}{x+1}$, $\frac{2a+3}{5}$ являются алгебраическими

дробями. При этом дробь $\frac{x^3+1}{x+1}$ может быть записана в виде

$\frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x+1} = x^2-x+1$ и фактически будет многочленом, а

дробь $\frac{2a+3}{5} = \frac{2}{5}a + \frac{3}{5} = 0,4a + 0,6$ является двучленом.

Противоречия здесь нет. Так же как и в случае обыкновенных дробей, например, натуральное число 7 можно рассматривать в виде дроби $\frac{21}{3}$.

Чтобы найти значение алгебраической дроби, надо подставить значения переменных, входящих в дробное выражение (если это возможно).

Пример 3

Найдем значение алгебраической дроби $\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2}$ при:

а) $a = 2, b = 1$;

б) $a = 2, b = 2$.

а) При $a = 2, b = 1$ получаем: $\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2} = \frac{2^2-1^2}{2^2-2 \cdot 2 \cdot 1+1^2} =$
 $= \frac{4-1}{4-4+1} = \frac{3}{1} = 3$. При этом заметим, что вычисления были не ра-

циональны, т. к. предварительно следовало сократить дробь, ис-

пользуя формулы сокращенного умножения: $\frac{a^2 - b^2}{a^2 - 2ab + b^2} =$
 $= \frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)^2} = \frac{a+b}{a-b}$. Теперь легко найти значение дроби:

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{2+1}{2-1} = \frac{3}{1} = 3.$$

б) При $a = 2$, $b = 2$ знаменатель данной дроби $a^2 - 2ab + b^2 = 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 2 + 2^2 = 4 - 8 + 4 = 0$. Но на нуль делить нельзя. Поэтому значения переменных $a = 2$, $b = 2$ для заданной дроби недопустимы, т. к. в этом случае дробь не имеет смысла.

Дробное выражение не имеет смысла при тех значениях переменных, при которых знаменатели величин равны нулю.

Пример 4

а) Дробное выражение $A = 3ab^2 + \frac{7a-3b}{a+2}$ не имеет смысла при $a - 2 = 0$ (т. к. делить на нуль нельзя), т. е. при $a = 2$. При всех остальных значениях a это выражение имеет смысл. Поэтому допустимыми значениями переменных являются все значения a , кроме числа 2, и все значения b .

б) Дробное выражение $A = 3x^2 + 3y^4 + \frac{3x+2y}{x-2y}$ не имеет смысла при $x - 2y = 0$ (т. к. делить на нуль нельзя), т. е. при $x = 2y$. При всех остальных значениях переменных x и y это выражение имеет смысл. Поэтому допустимыми значениями переменных являются все значения x и y , кроме тех, для которых $x = 2y$.

в) Алгебраическая дробь $A = \frac{2a+3b^2}{(a-2)(b+3)}$ не имеет смысла, если знаменатель $(a-2)(b+3) = 0$. Такое равенство выполняется при $a = 2$ и $b = -3$. Поэтому допустимыми значениями переменных являются все значения a , кроме числа 2, и все значения b , кроме числа -3 .

г) Алгебраическая дробь $A = \frac{5a^2}{9a^2 - 16}$ не имеет смысла, если знаменатель дроби $9a^2 - 16 = 0$. Решим это уравнение. Используя формулу разности квадратов, разложим его левую часть на множители: $9a^2 - 16 = 0$, или $(3a)^2 - 4^2 = 0$, или $(3a-4)(3a+4) = 0$. Произведение множителей равно нулю, если один из них равен нулю. Получаем

два линейных уравнения: $3a - 4 = 0$ (его корень $a = \frac{4}{3}$) и $3a + 4 = 0$

(корень $a = -\frac{4}{3}$). Поэтому допустимые значения переменной a –

все числа, кроме чисел $-\frac{4}{3}$ и $\frac{4}{3}$.

д) Алгебраическая дробь $A = \frac{3a^2b}{2a^2 + 3b^2 + 1}$ имеет смысл при всех значениях a и b , т. к. знаменатель дроби $2a^2 + 3b^2 + 1$ не равен нулю при всех значениях переменных.

V. Подведение итогов (2-3 мин)

1. Какое выражение называется алгебраической дробью? Приведите примеры.

2. Какие значения переменных являются допустимыми?

3. При каком условии алгебраическая дробь не имеет смысла? Приведите примеры.

VI. Информация о домашнем задании . п.№ 1

№ 1.3 (г); 1.5 (в); 1.9 (б, в); 1.11 (в, г); 1.12 (а, б); 1.20 (б, г);
1.25 (а, б); 1.31 (б); 1.32 (а); 1.39; 1.40 (в, г); 1.41 (а).

Приложение №1

1 вариант

1. Укажите верное равенство

А) $a^4 \cdot a^5 = a^{20}$

Б) $a^0 = a$

В) $(b^3)^6 = b^{18}$

Г) $b^5 + b^5 = b^{10}$

2. Разложите на множители $16y^2 - 1$.

А) $(4y - 1)^2$

Б) $(4y + 1)^2$

В) $(16y - 1)(16y + 1)$

Г) $(4y - 1)(4y + 1)$

3. Решите уравнение $3x - 6 = x + 4$. графически

2 вариант

1. Представьте в виде степени произведения $a \cdot a^5 \cdot a^8$

А) a^{40}

Б) a^{13}

В) a^{16}

Г) a^{14}

2. Разложите на множители $25a^2 - 4$.

А) $(25a - 2)(25a + 2)$

Б) $(5a - 2)^2$

В) $(5a - 4)(5a + 4)$

Г) $(5a - 2)(5a + 2)$

3. Решите уравнение $3x - 5 = x + 7$. графически

1 вариант

1. Укажите верное равенство

А) $a^4 \cdot a^5 = a^{20}$

Б) $a^0 = a$

В) $(b^3)^6 = b^{18}$

Г) $b^5 + b^5 = b^{10}$

2. Разложите на множители $16y^2 - 1$.

А) $(4y - 1)^2$

Б) $(4y + 1)^2$

В) $(16y - 1)(16y + 1)$

Г) $(4y - 1)(4y + 1)$

3. Решите уравнение $3x - 6 = x + 4$. графически

2 вариант

1. Представьте в виде степени произведения $a \cdot a^5 \cdot a^8$

А) a^{40}

Б) a^{13}

В) a^{16}

Г) a^{14}

2. Разложите на множители $25a^2 - 4$.

А) $(25a - 2)(25a + 2)$

Б) $(5a - 2)^2$

В) $(5a - 4)(5a + 4)$

Г) $(5a - 2)(5a + 2)$

3. Решите уравнение $3x - 5 = x + 7$. графически

1 вариант

1. Укажите верное равенство

А) $a^4 \cdot a^5 = a^{20}$

Б) $a^0 = a$

В) $(b^3)^6 = b^{18}$

Г) $b^5 + b^5 = b^{10}$

2. Разложите на множители $16y^2 - 1$.

А) $(4y - 1)^2$

Б) $(4y + 1)^2$

В) $(16y - 1)(16y + 1)$

Г) $(4y - 1)(4y + 1)$

3. Решите уравнение $3x - 6 = x + 4$. графически

2 вариант

1. Представьте в виде степени произведения $a \cdot a^5 \cdot a^8$

А) a^{40}

Б) a^{13}

В) a^{16}

Г) a^{14}

2. Разложите на множители $25a^2 - 4$.

А) $(25a - 2)(25a + 2)$

Б) $(5a - 2)^2$

В) $(5a - 4)(5a + 4)$

Г) $(5a - 2)(5a + 2)$

3. Решите уравнение $3x - 5 = x + 7$. графически